

Тема 9. Расчет вероятности безотказной работы системы при параллельном соединении элементов

Методы резервирования в технических системах, в т.ч. в транспортной технике применяются в случаях недостаточной надежности некоторых элементов и подсистем машины. В теории надежности методы резервирования являются прикладным аспектом параллельного соединения элементов системы.

При параллельном соединении элементов элементная схема надежности звена представлена на рисунке 3.2.

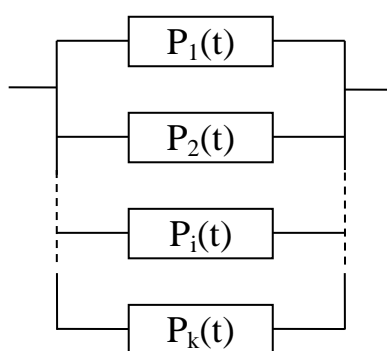


Рисунок 3.2 - Техническая система с параллельным соединением элементов

Вероятность безотказной работы $P_c(t)$ технической системы, состоящей из k элементов, соединенных по вышеприведенной схеме, определяется как

$$P_c(t) = 1 - [(1 - P_1(t)) \cdot (1 - P_2(t)) \cdot \dots \cdot (1 - P_i(t)) \cdot \dots \cdot (1 - P_k(t))], \quad (3.9)$$

а среднее время ее жизни T_c – как

$$T_c = \int_0^{+\infty} P_c(t) dt = \int_0^{+\infty} \left[1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_i(t)) \right] dt. \quad (3.10)$$

Для краткости выражение (3.9) записывают в виде свертки

$$P_c(t) = 1 - \prod_{i=1}^k (1 - P_i(t)). \quad (3.11)$$

Для случая показательного распределения времени безотказной работы каждого элемента с параметром λ среднее время системы будет равно

$$T_c = \lambda^{-1} \sum_{i=1}^k \frac{1}{i}. \quad (3.12)$$

Если в системе из четырех параллельно соединенных элементов в момент времени t вероятности безотказной работы будут иметь следующие значения: $P_1(t)=0,90$; $P_2(t)=0,90$; $P_3(t)=0,90$; $P_4(t)=0,90$, то вероятность безотказной работы $P_c(t)$ технической системы повысится до $0,9999$, что существенно лучше с позиций обеспечения надежности системы.

Из вышеприведенного следует, что параллельное соединение элементов необходимо для повышения вероятности безотказной работы на отдельных участках технической системы. Указанный подход повышения надежности системы путем введения дополнительных элементов называется *резервированием*. Каждый отдельный элемент, параллельно расположенный к резервируемому, является *каналом резервирования*.

Если соединение резервных каналов в системе является постоянным, т.е. резервные каналы находятся в рабочем режиме, как и резервируемый элемент, такой резерв считается «горячим». Если соединение резервных каналов в системе является подключаемым, т.е. в рабочем режиме резервные каналы (в отличие от резервируемого элемента) могут находиться в нерабочем состоянии, такой резерв считается «холодным».

Количество элементов, используемых при резервировании, может быть любым целым положительным числом. Если в качестве отдельного канала резервирования рассматривается группа элементов, то их называют *резервным звеном*. Его можно представить в виде отдельного эквивалентного по надежности элемента. Если количество каналов резервирования превышает 1, то такое резервирование называют *многоканальным*.

В общем случае вероятность безотказной работы $P_c(t)$ технической системы последовательно соединенных элементов при «горячем» резервировании одного из элементов под номером r с числом каналов z записывают в виде

$$P_c(t) = P_{r_{экс}}(t) \cdot \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^k P_i(t) = \left[1 - (1 - P_r(t)) \cdot \prod_{j=1}^z (1 - P_{r_z}(t)) \right] \cdot \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq r}}^k P_i(t) . \quad (3.13)$$

В частном случае, когда число резервных каналов составляет 1, резервирование называется *дублированием*. Случай дублирования представлен на рисунке 3.3, где безотказность отдельно взятого элемента под №2 недостаточна с позиций обеспечения надежности. Для повышения надежности участка между элементами №1 и №3 параллельно элементу №2 введен дополнительный элемент №4 того же назначения и с такой же надежностью, как и у №2.

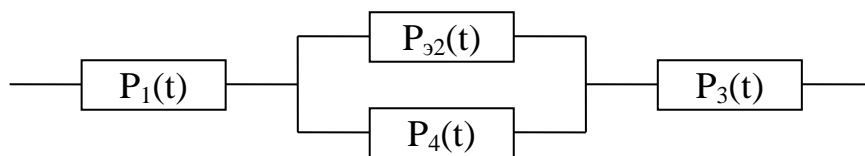


Рисунок 3.3 - Техническая система с дублированием недостаточно надежного элемента

Если не выполнить дублирования, то при вероятностях безотказной работы элементов в момент времени t ($P_1(t)=0,95$; $P_2(t)=0,80$; $P_3(t)=0,95$), вероятность безотказной работы $P_c(t)$ технической системы составит лишь 0,722. Вероятность безотказной работы $P_c(t)$ технической системы с дублированием элемента №2 по вышеприведенной схеме определяется как

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot (1 - [(1 - P_2(t)) \cdot (1 - P_4(t))]) \cdot P_3(t) . \quad (3.14)$$

При этом в момент времени t вероятности безотказной работы будут иметь следующие значения: $P_1(t)=0,95$; $P_2(t)=0,80$; $P_3(t)=0,95$; $P_4(t)=0,80$. Тогда вероятность безотказной работы $P_c(t)$ технической системы повысится до 0,8664.

Кроме последовательного и параллельного соединений элементов, в теории надежности известны случаи более общего соединения из одинаковых элементов, которое называют « m из n ». Это означает, что система из n элементов работоспособна, если в ней работоспособно не менее m элементов. Для этого случая

$$P_c(t) = \sum_{k=m}^n C_n^k P_o^k(t) F_o^{n-k}(t). \quad (3.15)$$

Более сложная схема дублирования представлена на рисунке 3.4. Подобная схема реализована в рабочей тормозной системе легковых автомобилей. Здесь необходимо сначала выделить звенья с простейшими по типу соединениями элементов. Цепь начинается с элемента №1. Далее реализовано резервирование исполнительных механизмов. В частности, имеется канал в виде звена последовательного соединения элементов №2 и №3 (контур передних тормозов), параллельно которому введен канал, состоящий из звена последовательно соединенных элементов №4 и №5 (контур задних тормозов). Каждое из звеньев образует независимо функционирующий контур системы, дублирующий действия другого.

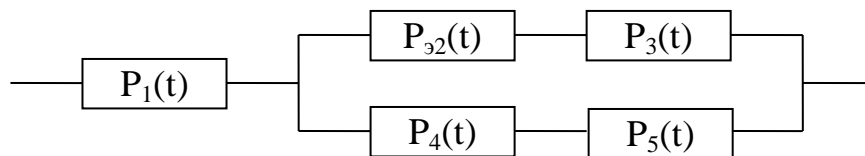


Рисунок 3.4 - Техническая система с дублированием недостаточно надежного контура

Вероятность безотказной работы $P_c(t)$ технической системы, состоящей из пяти элементов, соединенных по вышеприведенной схеме, определяется как

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot [1 - (1 - P_2(t)P_3(t)) \cdot (1 - P_4(t)P_5(t))] . \quad (3.16)$$

При этом элементы имеют в момент времени t вероятности безотказной работы $P_1(t)=0,98$; $P_2(t)=0,92$; $P_3(t)=0,94$; $P_4(t)=0,91$; $P_5(t)=0,93$. Тогда вероятность безотказной работы $P_c(t)$ технической системы составит 0,9596.

Следует отметить, что введение в систему дополнительных резервных элементов либо звеньев на практике приводит к увеличению материалоемкости и размеров технической системы в целом. Поэтому количество резервных каналов должно быть

целесообразным с экономических позиций. Резервирование получило широкое использование в конструкциях и аппаратах, обеспечивающих безопасность людей и экологичность окружающей среды.